Ćwiczenia VII

1. Do serwera z pojedynczym stanowiskiem obsługi i nieskończenie dużym buforem, zgłoszenia napływają zgodnie z rozkładem Poissona o intensywności $\lambda = 4$/sekundę. Czas obsługi pojedynczego zgłoszenia jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym przyjmującą wartości z przedziału $<0, 0.4>$ sekundy. Proszę obliczyć średni czas przebywania zgłoszenia w systemie.

Rozwiązanie : $W = \frac{11}{15}$ sekundy.

2. Proszę porównać dwa poniższe systemy pod względem średniej ilości zgłoszeń oczekujących na obsługę :

a) system M/M/1 - $\lambda_n = 0.125/s$, $\mu_n = 0.25/s$,

b) system M/G/1 - $\lambda_n = 0.125/s$, a czas obsługi jest zmienną losową przyjmującą wartości: - $\tau = 2$ sekund z p-stwem 1/3,
- $\tau = 5$ sekund z p-stwem 2/3.

Rozwiązanie : Średnia ilość zgłoszeń oczekujących na obsługę jest mniejsza w drugim przypadku o 43.75 % :

- dla przypadku a) : $L_{wait} = 0.5$,
- dla przypadku b) : $L_{wait} = \frac{9}{32}$.

3. Proszę obliczyć średni czas, przez który zgłoszenie przebywa w systemie z jednym stanowiskiem obsługi i nieskończenie dużym buforem. Zgłoszenia pojawiają się w systemie zgodnie z rozkładem Poissona, średnio 2 razy na minutę. Obsługa pojedynczego zgłoszenia trwa zawsze 15 sekund.

Odpowiedź : W = 22.5 sekundy.

4. Do systemu z jednym stanowiskiem obsługi i buforem, który można uznać za nieskończenie duży, zgłoszenia napływają zgodnie z rozkładem Poissona, średnio 12 na minutę. Zgłoszenie obsługiwane w danej chwili albo jest "załatwiane" natychmiast (szansa 50%), albo jego obsługa trwa równo 8 sekund (również 50% przypadków).
Proszę obliczyć następujące wielkości :

- prawdopodobieństwo odrzucenia przychodzącego zgłoszenia P_B,
- średnią intensywność obsługi (średnią liczbę obsługiwanych zgłoszeń na jednostkę czasu) μ_+,
- średnią liczbę zgłoszeń znajdujących się w systemie L,
- średni czas przebywania w serwerze pojedynczego zgłoszenia W,
- procent czasu, przez który system jest wolny P_{idle},
- graniczną intensywność przychodzenia zgłoszeń, której system nie będzie w stanie obsłużyć λ_{gr}.

Odpowiedzi: $P_B = 0$, $\mu_+ = 12$/minutę, $L = 4$, $W = 1/3$ minuty, $P_{idle} = 20\%$, $\lambda_{gr} = 15$/minutę.

↓

5. Proszę obliczyć prawdopodobieństwa stanów w systemie, w którym zgłoszenia przychodzą parami z intensywnością $\lambda_n = \lambda$ i obsługiwane są również parami z intensywnością $\mu_n = \mu$ (wyjątkiem jest sytuacja, gdy w systemie jest tylko jedno zgłoszenie – wtedy obsługa dotyczy pojedynczego zgłoszenia).
Wszystkie zgłoszenia przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

Rozwiązanie : $\Pi_n = 0$, dla n nieparzystego,

$$\Pi_n = (1-\frac{\lambda}{\mu})\cdot(\frac{\lambda}{\mu})^{n/2},$$ dla n parzystego.

6. Proszę rozważyć serwer, do którego zgłoszenia przychodzą trójkami, zgodnie z rozkładem Poissona o intensywności λ. Serwer obsługuje pary zgłoszeń (pojedyncze czekające zgłoszenie nie będzie obsługiwane), czas takiej obsługi dany jest rozkładem wykładniczym o średniej $1/\mu$. Serwer jest w stanie pomieścić tylko trzy zgłoszenia.
Proszę narysować graf przejść i macierz intensywności i obliczyć prawdopodobieństwa stanów.

Rozwiązanie : $\Pi_0 = \Pi_2 = 0$, $\Pi_1 = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$, $\Pi_3 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}$.

7. Na poligonie wojskowym, grupa żołnierzy obsługuje pewną przedpotopową armatę, ładując do niej średnio jeden pocisk na sekundę - zgodnie z rozkładem Poissona, jak zarządził dowódca. W armacie mieszczą się maksymalnie trzy pociski. Co pewien czas - dany rozkładem wykładniczym o średniej równej jednej sekundzie - armata wypala i wystrzeliwuje jednocześnie dwa pociski (lub jeden, w przypadku gdy tylko jeden jest załadowany).
Proszę narysować graf przejść i macierz intensywności opisujące działanie armaty i policzyć prawdopodobieństwo, że w armacie jest n pocisków.

Rozwiązanie : $\Pi_0 = \frac{3}{7}$, $\Pi_1 = \frac{2}{7}$, $\Pi_2 = \frac{1}{7}$, $\Pi_3 = \frac{1}{7}$.