Colloquium – termin III

1. Proszę rozważyć system z trzema stanowiskami obsługi i buforem, którego rozmiar można uznać za nieskończenie duży. Zgłoszenia przychodzą do tego systemu zgodnie z rozkładem Poissona ze stałą intensywnością równą 30 na minutę. Czas obsługi zgłoszenia dany jest rozkładem wykładniczym o średniej równej 4 sekundy.
Proszę obliczyć średni czas oczekiwania na obsługę. Proszę też wyjaśnić, ile maksymalnie mogłaby wynosić intensywność przychodzących zgłoszeń, tak aby system był jeszcze w stanie obsłużyć wszystkie przychodzące zgłoszenia. *(max 15 punktów)*

2. Proszę oszacować, ilu klientów w ciągu godziny może obsłużyć biuro projektowe tak, aby średni czas oczekiwania na obsługę nie przekraczał minuty. Średni czas obsługi klienta w serwisie to 5 minut, biuro zatrudnia czterech pracowników. W razie potrzeby, wszyscy klienci cierpliwie czekają na swoją kolej.
(max 12 punktów)

3. Pewna restauracja realizuje również telefoniczne zamówienia na obiady. Gdy zbiorą się trzy zamówienia, jeden z kucharzy pakuje posiłki, siada za kierownicą firmowego kombi i rozwozi obiady po mieście. Zgłoszenia przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, średnio co 15 minut. Jeden kucharz właśnie wyjechał z trzema obiadami i nie przyszło jeszcze żadne nowe zgłoszenie. Proszę policzyć prawdopodobieństwo, że następny kucharz będzie musiał wyruszyć wcześniej niż za pół godziny. *(max 10 punktów)*

4. Pewien serwer obsługuje zapytania napływające z całej Polski – średnio 3 na minutę (zgodnie z rozkładem Poissona). Serwer obsługuje je pojedynczo, po kolei. W razie potrzeby czekające zgłoszenia zapisywane są w buforze, który jest na tyle duży, że może zapamiętać je wszystkie. Obsługa jednego zgłoszenia w większości przypadków (90%) trwa dokładnie dziesięć sekund. W pozostałych przypadkach obsługa zgłoszenia jest bardziej skomplikowana i zajmuje dokładnie minutę.
Proszę policzyć:
- średnią czas jaki upływa między dwoma obsłużonymi zgłoszeniami opuszczającymi serwer,
- średni czas, jaki upływa od momentu wygenerowania zapytania do otrzymania odpowiedzi.

(max 13 punktów)

Powodzenia.

Rozkład Poissona: $P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot \exp(-\lambda t)$, m = λt, $\sigma^2 = \lambda t$

Rozkład wykładniczy: $a(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda t)$, m = 1/λ, $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Rozkład Gaussa (normalny): $N(m,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp(-\frac{(\mathrm{x - m})^2}{2\sigma^2})$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale (0,A) : m = A/2, $\sigma^2 = A^2/12$

Model C-Erlanga: $P_{Delay>t} = P_D \cdot e^{-(N-\rho)\cdot\mu\cdot t}$ $\quad D = P_{Delay} \cdot \frac{1}{\mu \cdot (N-\rho)}$

Zależność Pollaczka-Chinczyna: $L_{wait} = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \cdot \left[1 + \frac{\sigma^2}{\tau_{śr}^2}\right]$

Strumienie samopodobne: $L = \frac{\rho^{\frac{1}{2(1-H)}}}{(1-\rho)^{\frac{H}{1-H}}}$ $\quad \sigma_{nt}^2 = \frac{\sigma_t^2}{n^{2-2H}}$