

Colloquium 2, Grupa A

We wszystkich poniższych zadaniach należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. W warsztacie samochodowym są dwa stanowiska obsługi. Na każdym z nich, naprawa samochodu trwa przeciętnie pół godziny. Do warsztatu przyjeżdża średnio 4 klientów w ciągu godziny. Klienci, którzy przyjeżdżają i widzą oba stanowiska zajęte – z prawdopodobieństwem 50 % rezygnują z wizyty w warsztacie. Klienci, którzy widzą dwa samochody obsługiwane i jeden czekający – rezygnują z prawdopodobieństwem równym $\frac{2}{3}$. Spośród klientów, którzy widzą cztery samochody w warsztacie, rezygnują wszyscy.

Proszę napisać macierz intensywności i narysować graf stanów, który opisuje powyższy system. Proszę też obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych stanów.

(max 11 punktów)

2. Pewien system posiada trzy stanowiska obsługi i bufor, którego rozmiar można uznać za nieskończenie duży. Każde stanowisko obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio przez 0.25 sekundy. Zgłoszenia przychodzą do systemu ze stałą intensywnością – średnio 9 na sekundę.

Proszę opisać ten system zgodnie z notacją Kendalla/Lee. Następnie, proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich jego stanów oraz średnią liczbę zgłoszeń znajdujących się w systemie.

(max 14 punktów)

3*. Bitwa pod Helmowym Jarem wre w najlepsze. Gimli i Legolas ścinają orkowe głowy. Każdy z nich może się pochwalić stuprocentową skutecznością toczonych pojedynków. Gimli załatwia swoich przeciwników średnio w 12 sekund, Legolas – w 15 sekund. Orkowie, widząc efektywność bohaterów, nie śpieszą się w ich stronę – w kierunku pary herosów naciera średnio ośmiu przeciwników na minutę. Nacierającego orka bierze na siebie Gimli, a gdy on jest zajęty, wtedy walkę rozpoczyna Legolas. Gdy obaj wojownicy toczą już swoje pojedynki, orkowie ruszają na innych obrońców górskiej twierdzy.

Proszę narysować graf stanów opisujący sytuację pary bohaterów i napisać równania, przy pomocy których można policzyć prawdopodobieństwa wszystkich stanów.

Jaki wpływ mają poczynania Legolasa na sytuację Gimlego ?

Uwaga – odpowiedź: Proszę rozróżnić sytuacje:

a. Gimli zajęty i Legolas wolny

b. Gimli wolny i Legolas zajęty

(5 punktów)

Powodzenia.

Colloquium 2, Grupa B

We wszystkich poniższych zadaniach należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. W warsztacie samochodowym są trzy stanowiska obsługi. Naprawa pojedynczego samochodu trwa statystycznie godzinę. Klienci przyjeżdżają cały czas z tą samą intensywnością, średnio co 10 minut. Ci klienci, którzy przyjeżdżają i widzą wszystkie stanowiska zajęte – z prawdopodobieństwem 50 % rezygnują z wizyty w warsztacie. Klienci, którzy widzą trzy samochody obsługiwane i jeden czekający – rezygnują z prawdopodobieństwem równym 100 %.

Proszę napisać macierz intensywności i narysować graf stanów, który opisuje powyższy system. Proszę też obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych stanów.

(max 11 punktów)

2. Do pewnego systemu zgłoszenia przychodzą ze stałą intensywnością równą 360 na godzinę. System posiada cztery stanowiska obsługi i bufor zdolny pomieścić dowolną liczbę zgłoszeń. Każde stanowisko obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio przez 10 sekund.

Proszę opisać ten system zgodnie z notacją Kendalla/Lee. Następnie, proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich jego stanów oraz średnią liczbę zgłoszeń znajdujących się w systemie.

(max 14 punktów)

3*. Bitwa pod Helmowym Jarem wre w najlepsze. Gimli i Legolas ścinają orkowe głowy. Każdy z nich może się pochwalić stuprocentową skutecznością toczonych pojedynków. Gimli załatwia swoich przeciwników średnio w 12 sekund, Legolas – w 15 sekund. Orkowie, widząc efektywność bohaterów, nie śpieszą się w ich stronę – w kierunku pary herosów naciera średnio ośmiu przeciwników na minutę. Nacierającego orka bierze na siebie Gimli, a gdy on jest zajęty, wtedy walkę rozpoczyna Legolas. Gdy obaj wojownicy toczą już swoje pojedynki, orkowie ruszają na innych obrońców górskiej twierdzy.

Proszę narysować graf stanów opisujący sytuację pary bohaterów i napisać równania, przy pomocy których można policzyć prawdopodobieństwa wszystkich stanów.

Jaki wpływ mają poczynania Legolasa na sytuację Gimlego ?

Uwaga – odpowiedź: Proszę rozróżnić sytuacje:

c. Gimli zajęty i Legolas wolny

d. Gimli wolny i Legolas zajęty

(5 punktów)

Powodzenia.

Colloquium 2, Grupa C

We wszystkich poniższych zadaniach należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. Pewien serwer, obsługujący grupę sześciu użytkowników, posiada jedno stanowisko obsługi i dodatkowy bufor na 4 zgłoszenia. Każdy z użytkowników wysyła zgłoszenie do serwera średnio co 4 minuty, chyba że właśnie czeka na obsługę. Serwer obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio w 2 minuty.

Proszę napisać macierz intensywności i narysować graf stanów, który opisuje powyższy system. Proszę też obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych stanów.

(max 11 punktów)

2. Proszę rozważyć system z czterema stanowiskami obsługi i buforem o nieskończonej pojemności. Każde stanowisko obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio przez 5 milisekund. Zgłoszenia przychodzą do systemu ze stałą intensywnością – średnio 400 na sekundę.

Proszę opisać ten system zgodnie z notacją Kendalla/Lee. Następnie, proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich jego stanów oraz średnią liczbę zgłoszeń znajdujących się w systemie.

(max 14 punktów)

3*. Proszę rozważyć system nie posiadający bufora, z dwoma stanowiskami obsługującymi średnio 10 i 15 zgłoszeń na sekundę. Intensywność nadchodzących zgłoszeń jest równa 20 zgłoszeń na sekundę. Przychodzące zgłoszenie jest obsługiwane na szybszym stanowisku. Gdy jest ono zajęte, obsługa odbywa się na drugim, wolniejszym stanowisku.

Proszę narysować graf opisujący ten system i objaśnić go. Proszę również napisać komplet równań, które umożliwiają obliczenie prawdopodobieństw wszystkich stanów tego systemu (nie trzeba ich rozwiązywać). Proszę wziąć pod uwagę, że sytuacja gdy zajęte jest szybsze stanowisko, a to drugie nie pracuje, będzie się różniła od sytuacji gdy szybkie stanowisko nie pracuje, a to wolniejsze jest zajęte.

(5 punktów)

Powodzenia.

Colloquium 2, Grupa D

We wszystkich poniższych zadaniach należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. Pewien serwer posiada dwa stanowiska obsługi i bufor na 10 zgłoszeń. Każde stanowisko obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio w ciągu 3 minut. Z serwera korzysta 5 użytkowników. Każdy z nich użytkowników wysyła swoje zgłoszenie do serwera i czeka, aż zostanie obsłużony. Następnie, po przerwie trwającej średnio 3 minuty, wysyła kolejne zgłoszenie, itd.

Proszę napisać macierz intensywności i narysować graf stanów, który opisuje powyższy system. Proszę też obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych stanów.

(max 11 punktów)

2. Do pewnego systemu zgłoszenia przychodzą cały czas z tą samą intensywnością, średnio 4 na sekundę. System posiada trzy stanowiska obsługi i bufor o pojemności, którą można uznać za nieskończoną. Stanowiska obsługi są identyczne, każde z nich obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio w ćwierć sekundy.

Proszę opisać ten system zgodnie z notacją Kendalla/Lee. Następnie, proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich jego stanów oraz średnią liczbę zgłoszeń znajdujących się w systemie.

(max 14 punktów)

3*. Proszę rozważyć system nie posiadający bufora, z dwoma stanowiskami obsługującymi średnio 10 i 15 zgłoszeń na sekundę. Intensywność nadchodzących zgłoszeń jest równa 20 zgłoszeń na sekundę. Przychodzące zgłoszenie jest obsługiwane na szybszym stanowisku. Gdy jest ono zajęte, obsługa odbywa się na drugim, wolniejszym stanowisku.

Proszę narysować graf opisujący ten system i objaśnić go. Proszę również napisać komplet równań, które umożliwiają obliczenie prawdopodobieństw wszystkich stanów tego systemu (nie trzeba ich rozwiązywać). Proszę wziąć pod uwagę, że sytuacja gdy zajęte jest szybsze stanowisko, a to drugie nie pracuje, będzie się różniła od sytuacji gdy szybkie stanowisko nie pracuje, a to wolniejsze jest zajęte.

(5 punktów)

Powodzenia.

Colloquium 2, Grupa E

We wszystkich poniższych zadaniach należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. Proszę rozważyć system z dwoma stanowiskami obsługi i buforem o nieskończonej pojemności. Każde stanowisko obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio przez 6 sekund. Z systemu korzysta sześciu użytkowników – każdy z nich generuje średnio 20 zgłoszeń na minutę.

Proszę określić system opisany w zadaniu zgodnie z notacją Kendalla/Lee, narysować odpowiedni graf urodzin i śmierci oraz macierz prawdopodobieństw przejść. Proszę też obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych stanów tego systemu.

(max 11 punktów)

2. Zgłoszenia przychodzą do pewnego systemu ze średnią intensywnością równą 8/sekundę. System ma 4 stanowiska obsługi, ale nie posiada żadnego bufora. Pojedyncze stanowisko obsługuje przychodzące zgłoszenia średnio przez pół sekundy.

Proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich stanów tego systemu, procent zgłoszeń odrzuconych oraz średnią liczbę jednocześnie pracujących stanowisk obsługi.

(max 14 punktów)

3*. W pewnej firmie, stworzono wewnętrzną sieć radiową. Każdy z dziesięciu pracowników dostał terminal bezprzewodowy, dzięki któremu może prowadzić rozmowy, ale tylko z innymi pracownikami firmy. Do dyspozycji pracowników oddano trzy kanały częstotliwościowe, a więc jednocześnie mogą być prowadzone najwyżej trzy rozmowy. Każdy pracownik średnio co kwadrans próbuje połączyć się z innym pracownikiem. Jeżeli nie ma wolnych kanałów częstotliwościowych, albo osoba wywoływana rozmawia już z kimś innym, dzwoniący rezygnuje i dopiero po następnych 15 minutach (średnio), próbuje wykonać kolejne połączenie. Rozmowy trwają przeciętnie 3 minuty.

Proszę narysować graf opisujący ten system i objaśnić podane przy grafie wartości intensywności przychodzących zgłoszeń i intensywności obsługi. Proszę też podać komplet równań, które umożliwiają obliczenie prawdopodobieństw wszystkich stanów systemu.

(5 punktów)

Powodzenia.

Colloquium 2, Grupa F

We wszystkich poniższych zadaniach należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. Pewien system posiada trzy stanowiska obsługi i bufor, którego rozmiar można uznać za nieskończenie duży. Każde stanowisko obsługuje pojedyncze zgłoszenie średnio przez 2 sekundy. Z systemu korzysta pięciu użytkowników – każdy z nich generuje średnio 30 zgłoszeń na minutę.

Proszę określić system opisany w zadaniu zgodnie z notacją Kendalla/Lee, narysować odpowiedni graf urodzin i śmierci oraz macierz prawdopodobieństw przejść. Proszę też obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich możliwych stanów tego systemu.

(max 11 punktów)

2. Pewien system posiada 5 stanowisk obsługi – każde z nich jest w stanie obsłużyć średnio 100 zgłoszeń na sekundę. Zgłoszenia przychodzą do systemu cały czas z tą samą średnią intensywnością równą 200/sekundę. Te, których system nie jest w stanie obsłużyć od razu (wszystkie stanowiska są zajęte), są odrzucane.

Proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich stanów tego systemu, procent zgłoszeń odrzuconych oraz średnią liczbę jednocześnie pracujących stanowisk obsługi.

(max 14 punktów)

3*. W pewnej firmie, stworzono wewnętrzną sieć radiową. Każdy z dziesięciu pracowników dostał terminal bezprzewodowy, dzięki któremu może prowadzić rozmowy, ale tylko z innymi pracownikami firmy. Do dyspozycji pracowników oddano trzy kanały częstotliwościowe, a więc jednocześnie mogą być prowadzone najwyżej trzy rozmowy. Każdy pracownik średnio co kwadrans próbuje połączyć się z innym pracownikiem. Jeżeli nie ma wolnych kanałów częstotliwościowych, albo osoba wywoływana rozmawia już z kimś innym, dzwoniący rezygnuje i dopiero po następnych 15 minutach (średnio), próbuje wykonać kolejne połączenie. Rozmowy trwają przeciętnie 3 minuty.

Proszę narysować graf opisujący ten system i objaśnić podane przy grafie wartości intensywności przychodzących zgłoszeń i intensywności obsługi. Proszę też podać komplet równań, które umożliwiają obliczenie prawdopodobieństw wszystkich stanów systemu.

(5 punktów)

Powodzenia.

Colloquium 2, Grupa G

We zadaniach 1 i 2 należy przyjąć, że zgłoszenia (lub ich odpowiedniki) przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, a czasy obsługi podlegają rozkładowi wykładniczemu.

1. Do pewnego systemu zgłoszenia przychodzą cały czas z tą samą średnią intensywnością równą 1000 zgłoszeń na sekundę. System ma 5 stanowisk obsługi i bufor, który można uznać za nieskończenie duży. Obsługa zgłoszenia na stanowisku trwa średnio 4 milisekundy. Proszę opisać ten system zgodnie z notacją Kendalla/Lee, obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich jego stanów oraz średnią liczbę zgłoszeń znajdujących się w systemie.

(max 14 punktów)

2. Do systemu z trzema stanowiskami obsługi i nieskończenie dużym buforem przychodzi średnio 60 zgłoszeń na minutę. Zgłoszenia, które przychodzą i widzą, że wszystkie stanowiska obsługi są zajęte, rezygnują z prawdopodobieństwem równym $1/3$. Nadchodzące zgłoszenia, które widzą, że w systemie są już 4 inne zgłoszenia, rezygnują z prawdopodobieństwem $2/3$. Natomiast gdy w systemie jest już 5 zgłoszeń, wszystkie nadchodzące zgłoszenia rezygnują z obsługi.

Zakładając, że obsługa jednego zgłoszenia trwa średnio 3 sekundy, proszę obliczyć prawdopodobieństwa wszystkich stanów tego systemu, średnią liczbę pracujących stanowisk oraz procent zgłoszeń rezygnujących z obsługi.

(max 11 punktów)

3*. Proszę WYPROWADZIĆ wartość średnią zmiennej losowej danej rozkładem wykładniczym o parametrze λ .

(5 punktów)

Powodzenia.