

Colloquium 1, Grupa A

1. W pewnej fabryce zamontowano system kontroli pracowników wchodzących na teren zakładu. Osoba chcąc wejść, dzwoni na portiernię i czeka przy drzwiach. Portier sprawdza tę osobę na podglądzie z kamery i wpuszcza do fabryki (czas sprawdzenia danej osoby na podglądzie uznajemy za pomijalnie mały). Pracownicy przychodzą do fabryki zgodnie z rozkładem Poissona, średnio dwóch na godzinę. Osoba, której portier nie otworzy w ciągu 2 minut, zniecierpliwiona dzwoni do szefa.

Proszę obliczyć jak długą przerwę kawową może sobie zrobić portier, aby prawdopodobieństwo, że szef zadzwoni do niego z ... burą, nie przekraczało 10%.
(max 10 punktów)

2. W pewnej sieci LAN znajduje się 40 komputerów. Każdy z nich generuje ruch telekomunikacyjny, którego rozmiar dany jest rozkładem wykładniczym o średniej równej 2 Mbit/s. Cały ruch telekomunikacyjny kierowany jest na zewnątrz sieci LAN przez jedno wspólne łącze *uplink* o przepustowości 12 MB/s. Proszę obliczyć, przez jaki procent czasu przepustowość łącza będzie zbyt mała aby przenieść cały ruch generowany przez użytkowników.

(max 10 punktów)

Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t$, $\sigma^2 = \lambda t$

Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda$, $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale (0,A) : $m = A/2$, $\sigma^2 = A^2/12$

Colloquium 1, Grupa B

1. Przy pewnej trasie turystycznej funkcjonuje wyciąg – wagonik ważący ludzi na szczyt. Chętnych na wyjazd jest średnio 8 osób w ciągu doby. Wagonik kursuje bez przerwy (jeżeli tylko są chętni) i można założyć, że ma wystarczającą pojemność, żeby za każdym razem zabrać wszystkich oczekujących. Turyści schodzą się cały czas z tą samą intensywnością (zgodnie z rozkładem Poissona) i ustawiają się w kolejce. Osoby czekające kwadrans, odchodzą zniecierpliwione. Proszę obliczyć z jaką częstotliwością powinien kursować wagonik, aby prawdopodobieństwo, że ktoś odejdzie nieobsłużony podczas pojedynczego kursu (dół-góra-dół) nie przekraczało 3%.
(max 10 punktów)

2. Każdy z 48 użytkowników sieci generuje strumień danych o przepływności danej rozkładem jednostajnym z przedziału $\langle 1 \text{ Mbit/s}, 3 \text{ Mbit/s} \rangle$. Wszystkie te dane są wysyłane na zewnątrz sieci jednym łączem *uplink* o przepustowości 100 Mbit/s. Przez jaki procent czasu sumaryczna przepływność strumienia generowanych danych będzie większa od przepustowości łącza *uplink* ?
(max 10 punktów)

Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t, \sigma^2 = \lambda t$

Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda, \sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale $(0, A)$: $m = A/2, \sigma^2 = A^2/12$

Colloquium 1, Grupa C

1. W sieci LAN znajduje się 81 komputerów. Każdy z nich generuje ruch telekomunikacyjny, którego rozmiar dany jest rozkładem wykładniczym o średniej równej C MB/s. Cały ruch telekomunikacyjny kierowany jest na zewnątrz sieci LAN przez jedno wspólne łącze *uplink* o przepustowości 20 MB/s. Łącze *uplink* powinno być w stanie obsłużyć cały generowany w sieci LAN ruch telekomunikacyjny przez 98 % czasu. Proszę policzyć, ile maksymalnie może wynosić średnia C .
(max 10 punktów)

2. W innej sieci lokalnej, składającej się tylko z sześciu komputerów, każdy z użytkowników generuje stały strumień danych o przepływności 1Mbit/s, wysyłany na zewnątrz sieci. Dodatkowo, każdy z nich przez 20% czasu tworzy strumień danych o przepływności 1.5 Mbit/s, który również jest wysyłany poza tą sieć. Użytkownicy są zupełnie niezależni od siebie. Łącze wyjściowe z tej sieci ma przepustowość 10 Mbit/s. Proszę obliczyć, przez jaki procent czasu wszystkie dane generowane w tej sieci będą mogły zostać z niej wysłane BEZ BUFOROWANIA.
(max 10 punktów)

Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t$, $\sigma^2 = \lambda t$

Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda$, $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale $(0,A)$: $m = A/2$, $\sigma^2 = A^2/12$

Colloquium 1, Grupa D

1. Ruch telekomunikacyjny w każdym z 432 łączy wejściowych do węzła-multipleksera jest dany rozkładem jednostajnym z przedziału $\langle 0, X \rangle$ Mbit/s. Przepustowość każdego z łączy wejściowych wynosi X Mbit/s, natomiast przepustowość łączy wyjściowego z multipleksera wynosi 11.5 Mbit/s.

Ile maksymalnie może wynosić wartość X , aby łączy wyjściowe z multipleksera było w stanie obsłużyć cały ruch telekomunikacyjny przez 99 % czasu ?

(max 10 punktów)

2. Pewna restauracja realizuje również telefoniczne zamówienia na obiady. Gdy zbiorą się trzy zamówienia, jeden z kucharzy pakuje posiłki, siada za kierownicą firmowego kombi i rozwozi obiady po mieście. Zgłoszenia przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona, średnio co 15 minut. Jeden kucharz właśnie wyjechał z trzema obiadami i nie przyszło jeszcze żadne nowe zgłoszenie. Proszę policzyć prawdopodobieństwo, że następny kucharz będzie musiał wyruszyć wcześniej niż za pół godziny.

(max 10 punktów)

Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t, \sigma^2 = \lambda t$

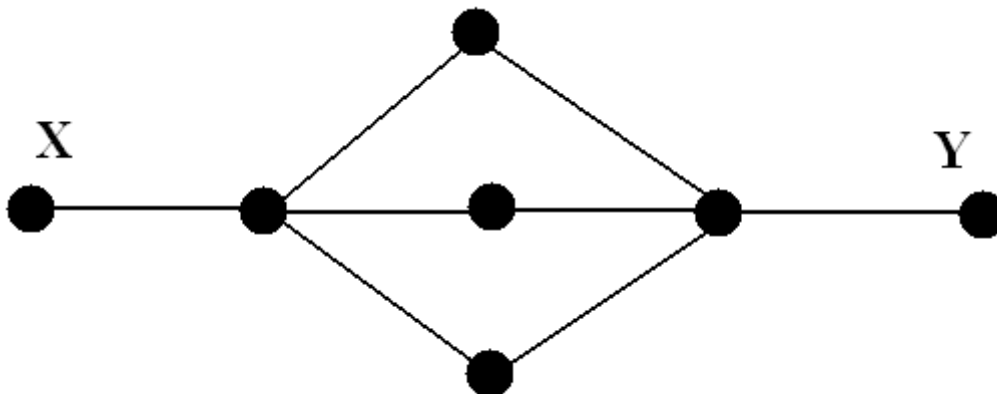
Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda, \sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale $(0, A)$: $m = A/2, \sigma^2 = A^2/12$

Colloquium 1, Grupa E

1. Pewien serwer akceptuje zgłoszenia przychodzące z dwóch różnych źródeł: A i B. Źródło A wysyła zgłoszenia dokładnie co minutę. Odstępy czasu między zgłoszeniami wysyłanymi przez źródło B dane są rozkładem wykładniczym, ze średnią równą także jednej minucie. Zaczynamy obserwować ten serwer w pewnym losowym momencie czasu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przez najbliższe 10 sekund przyjdą dokładnie 2 zgłoszenia?
(max 10 punktów)

2. Sieć transmisji danych łącząca węzły X i Y przedstawiona jest na poniższym rysunku. Na wypadek awarii, sieć rozbudowano o dodatkowe połączenie równoległe. Awarii może ulec każde pojedyncze łącze (pomiędzy dwoma sąsiednimi węzłami) – prawdopodobieństwo takiego zdarzenia wynosi E. Uszkodzony może się też okazać każdy węzeł (z prawdopodobieństwem F) poza węzłami X i Y, które uznajemy za niezawodne. Proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że w danej chwili przesłanie danych między węzłami X i Y jest możliwe.
(max 10 punktów)



Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t$, $\sigma^2 = \lambda t$

Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda$, $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale $(0,A)$: $m = A/2$, $\sigma^2 = A^2/12$

Colloquium 1, Grupa F

1. Pewien węzeł obsługuje zgłoszenia przychodzące z dwóch różnych źródeł: A i B. Węzeł posiada jedno stanowisko obsługujące pojedyncze zgłoszenie w czasie równym 0.01 sekundy i bufor mogący pomieścić 10 zgłoszeń. W przypadku obu źródeł, odstępy czasu między kolejnymi wygenerowanymi zgłoszeniami dane są rozkładami wykładniczymi. Różne są natomiast średnie intensywności generowania zgłoszeń: dla źródła A – 10 na sekundę, dla źródła B – 20 na sekundę.

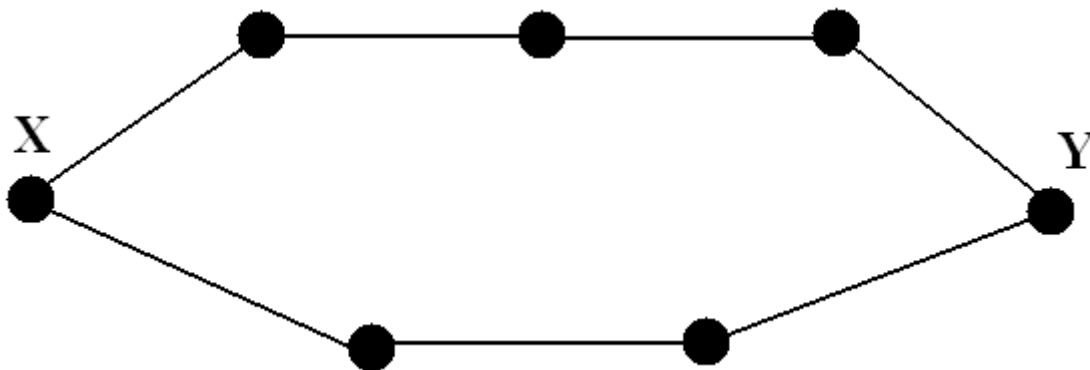
Rozpoczynamy obserwację tego węzła w pewnym, losowym momencie czasu: w węźle (zarówno na stanowisku obsługi jak i w buforze) nie ma żadnych zgłoszeń. Proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że drugie z kolei zgłoszenie, które przyjdzie do tego węzła będzie musiało czekać na obsługę.

(max 10 punktów)

2. Sieć transmisji danych łącząca węzły X i Y przedstawiona jest na poniższym rysunku. Na wypadek awarii, sieć rozbudowano o dodatkowe połączenia. Awarii może ulec każde pojedyncze łącze (pomiędzy dwoma sąsiednimi węzłami) – prawdopodobieństwo takiego zdarzenia wynosi A. Uszkodzony może się też okazać każdy węzeł (z prawdopodobieństwem B) poza węzłami X i Y, które uznajemy za niezawodne.

Proszę obliczyć prawdopodobieństwo, że w danej chwili przesłanie danych między węzłami X i Y jest możliwe.

(max 10 punktów)



Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t$, $\sigma^2 = \lambda t$

Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda$, $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale $(0, A)$: $m = A/2$, $\sigma^2 = A^2/12$

Colloquium 1, Grupa G

1. Pewien serwer akceptuje zgłoszenia przychodzące z trzech niezależnych od siebie różnych źródeł: A, B i C. Źródło A wysyła zgłoszenia dokładnie co minutę. Źródło B wysyła zgłoszenia dokładnie co 50 sekund. Źródło C wysyła zgłoszenia dokładnie co 40 sekund. Zaczynamy obserwować ten serwer w pewnym losowym momencie czasu i obserwujemy go przez 55 sekund. Proszę podać pełny rozkład prawdopodobieństwa liczby zgłoszeń, które w tym czasie przyjdą do serwera, tzn. prawdopodobieństwa nadejścia 0, 1, 2, 3 ... zgłoszeń. (max 10 punktów)

2. Do innego serwera zgłoszenia przychodzą z dwóch źródeł. Z pierwszego z nich, zgłoszenia przychodzą zgodnie z rozkładem Poissona z intensywnością równą 2/sekundę. W przypadku drugiego źródła, odstępy czasu między nadchodzącymi zgłoszeniami są dane rozkładem wykładniczym, średnio są to 4 sekundy. Zaczynamy obserwować ten serwer w pewnym losowym momencie czasu i obserwujemy go przez 10 sekund. Proszę policzyć prawdopodobieństwo, że wszystkie zgłoszenia, które przyjdą do serwera, nadejdą podczas parzystych sekund (drugiej, czwartej, szóstej, ósmej i dziesiątej sekundy). (max 10 punktów)

Powodzenia.

Dla rozkładu Poissona : $m = \lambda t, \sigma^2 = \lambda t$

Dla rozkładu wykładniczego : $m = 1/\lambda, \sigma^2 = 1/\lambda^2$

Dla rozkładu jednostajnego na przedziale (0,A) : $m = A/2, \sigma^2 = A^2/12$